

## ZÁKLADNÍ VLASTNOSTI FUNKCÍ

V příkladech 1 až 6 nakreslete grafy příslušných funkcí, určete dále definiční obor a obor hodnot. Grafy nakreslete postupně v jednotlivých krocích pomocí posunutí a překlopení grafů v základním tvaru, tj. bez použití kalkulačky. U každého obrázku vyznačte souřadnicové osy a případné asymptoty a dále průsečíky grafu se souřadnicovými osami.

### 1. Exponenciální funkce:

$$f(x) = 2 - 3^{-(x-1)}, f(x) = -3^{-x}, f(x) = |3^{|x+1|} - 5|, f(x) = \pi^{2-x}, f(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^{-x-5}, \\ f(x) = \left|\left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} - 1\right|, f(x) = |3^{1-x} - 1|, f(x) = \left|\left(\frac{\pi}{\sqrt{2}}\right)^{|x+1|} - 5\right|, f(x) = |2 - 3^{|1-x|}|.$$

### 2. Logaritmická funkce:

$$f(x) = \log_{\frac{1}{3}} |x+2| - 1, f(x) = 1 - \log(-x), f(x) = |\log |x| - 1| - 1, f(x) = |\log_{\pi}(3-x) - 5|, \\ f(x) = -\log_{0,3} x, f(x) = |\log_{\frac{1}{e}}(5-x) - 4| + 2, f(x) = \log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{x}\right) - 2, f(x) = \log_5(5^x), \\ f(x) = 5^{\log_5 x}.$$

### 3. Funkce mocninná

$$f(x) = |5 - (x-2)^5|, f(x) = \frac{1}{x-1} + 2, f(x) = \frac{2x+3}{x+1}, f(x) = \sqrt{x-1} + 2, f(x) = \sqrt[3]{x-1} + 2, \\ f(x) = (x+5)^{-\frac{2}{3}} - 1, f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2} + 5, f(x) = \sqrt[5]{(x-1)^3} + 3, f(x) = \sqrt[3]{(x-5)^4}, \\ f(x) = x\sqrt{x}, f(x) = -1 - \frac{1}{(x+2)^2}, f(x) = 2 - \sqrt[5]{(x+2)^3}, f(x) = \frac{3x+2}{2x-1}, f(x) = \frac{x+5}{2-x}.$$

### 4. Funkce goniometrické

$$f(x) = |\sin(x-1)| - 2, f(x) = 1 + 2\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right), f(x) = -\frac{3}{2}\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right), f(x) = -2\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + 1, \\ f(x) = 2 - 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right), f(x) = -\cot\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + 2.$$

### 5. Funkce cyklometrické

$$f(x) = \left|\frac{\pi}{2} - \arcsin(x-3)\right|, f(x) = \operatorname{arccotg}(x-2) - 1, f(x) = 3 - \arccos\left(x - \frac{\pi}{2}\right), f(x) = \sin(\arcsin x), \\ f(x) = \arcsin(\sin x).$$

### 6. Různé funkce:

$$f(x) = ||x-5| + 1|, f(x) = \frac{x}{x^2}, f(x) = \sqrt{x^2}, f(x) = \frac{x}{|x|}, f(x) = |x-1| + 2|x-2| - |x|, \\ f(x) = \frac{|x-1|}{1+|x|}, f(x) = \sinh x, f(x) = \cosh x.$$

### 7. Určete definiční obor následujících funkcí:

$$f(x) = \sqrt{3x-x^3} \quad [(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (0, \sqrt{3})], f(x) = (x-2)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \quad [(-1, 1)], f(x) = \sqrt{2+x-x^2} \quad [(-1, 2)], \\ f(x) = \frac{x-1}{x^2-5x+6} + \sqrt[3]{2x+1} \quad [\mathbb{R} - \{-2, -3\}], f(x) = \ln(1 - e^x) \quad [(-\infty, 0)], \\ f(x) = 5 + e^{\frac{1}{x-2}} \quad [x \neq 2], f(x) = \ln\frac{e^x-1}{e^x} \quad [(0, \infty)], f(x) = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} \quad [(-\infty, \infty)], \\ f(x) = \arccos(2x) \quad [(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})], f(x) = \arcsin\frac{1}{x} \quad [(-\infty, -1) \cup (1, \infty)], f(x) = \arcsin(\ln\frac{x}{e}) \quad [(-1, e^2)].$$

### 8. K dané funkci určete funkci inverzní:

$$f(x) = 3x \quad \left[\frac{x}{3}\right], f(x) = \frac{x-1}{1-3x} \quad \left[\frac{2x+1}{3x+1}\right], f(x) = -2x^3 \quad \left[-\sqrt[3]{\frac{x}{2}}\right], f(x) = \ln\frac{3}{x-1} \quad [1 + 3e^{-x}],$$

$$f(x) = \sin 2x \quad \left[\frac{1}{2}\arcsin x\right], \quad f(x) = \frac{1}{x}\sqrt[5]{x^2} \quad \left[x^{-\frac{5}{3}}\right], \quad f(x) = 1 - 2^{-x} \quad \left[\frac{-\ln(1-x)}{\ln 2}\right].$$

**9. Rozhodněte o sudosti (lichosti) funkce:**

$$f(x) = \frac{|x|}{x} \quad [L], \quad f(x) = 2^x \quad [\text{ani S ani L}], \quad f(x) = 2 \sin(x^2) - 17 \quad [S], \quad f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x} \quad [L],$$

$$f(x) = x \ln |x| \quad [L], \quad f(x) = 2^{-x} + 2^x \quad [S], \quad f(x) = \frac{\sin x}{x} \quad [S].$$

**10. Utvořte složené funkce  $f(g(x))$ ,  $g(f(x))$ ,  $f(f(x))$ ,  $g(g(x))$  eventuálně rozhodněte kdy složená funkce neexistuje:**

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = \sin x; \quad f(x) = -x^2, \quad g(x) = \sqrt{x}$$

$$f(x) = |2x - 1|, \quad g(x) = |x - 3|; \quad f(x) = \frac{x+1}{x-1}, \quad g(x) = \sqrt{x};$$

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = 2^x.$$

**11. Rozhodněte, zda se rovnají funkce  $f(x)$  a  $g(x)$ :**

$$f(x) = \sqrt{x^2}, \quad g(x) = |x| \quad [\text{ano}]; \quad f(x) = 1, \quad g(x) = \frac{x}{x} \quad [\text{ne}]; \quad f(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = \frac{x}{x^2} \quad [\text{ano}].$$

M. Doupovec